

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Σελ.

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή στις διαφορικές εξισώσεις

1.1. Βασικές έννοιες	13
1.2. Μόρφωση των διαφορικών εξισώσεων	16
1.3. Ισογώνιες και ορθογώνιες τροχιές	21
1.4. Είδη λύσεων μιας Δ.Ε.	23

Κεφάλαιο 2

Διαφορικές εξισώσεις πρώτης τάξεως

2.1. Δ.Ε. χωριζομένων μεταβλητών	25
Ασκήσεις	26
2.2. Δ.Ε. αναγόμενες σε χωριζόμενες μεταβλητές	38
Ασκήσεις	38
2.3. Ομογενείς διαφορικές εξισώσεις	50
Ασκήσεις	52
2.4. Δ.Ε. αναγόμενες σε ομογενείς	65
Ασκήσεις	66
2.5. Ακριβής ή πλήρης Δ.Ε.	76
Ασκήσεις	78
2.6. Μη πλήρης ή ακριβής Δ.Ε.	89
Ασκήσεις	91
2.7. Γραμμικές Δ.Ε.	103
Ασκήσεις	106
2.8. Δ.Ε. Bernoulli	122
Ασκήσεις	123
2.9. Δ.Ε. Riccati	134
Ασκήσεις	138
2.10. Δ.Ε. πρώτης τάξεως πρώτου και ανωτέρου βαθμού «Πεπλεγμένης μορφής»	151
I. Δ.Ε. των D' Alembert και Lagrange	151
Ασκήσεις	152

II. Δ.Ε. Clairaut	161
Ασκήσεις	162
III. Περιβάλλουσα οικογένειας καμπυλών και ιδιάζουσες λύσεις	168
Ασκήσεις	173
IV. Δ.Ε. της μορφής: $f(x, y, y') = 0$ ή $f(x, y, p) = 0$	181
Ασκήσεις	183

Κεφάλαιο 3

Εφαρμογές των διαφορικών εξισώσεων 1^{ης} τάξεως

3.1. Μόρφωση των Δ.Ε.	201
Ασκήσεις (Γεωμετρικές εφαρμογές)	205
Ασκήσεις (Ηλεκτρικά κυκλώματα)	212
Ασκήσεις (Πτώση σωμάτων)	218
Ισογώνιες και ορθογώνιες τροχιές	224
Ασκήσεις	228

Κεφάλαιο 4

Ειδικές μορφές (Περιπτώσεις) Δ.Ε. τάξεως ανωτέρας της πρώτης

4.1. Ορισμός	235
4.2. Εξίσωση της μορφής $y^{(n)} = f(x)$	235
Ασκήσεις	236
4.3. Δ.Ε. τάξεως ανωτέρας της πρώτης που δεν περιέχουν την άγνωστη συνάρτηση y	240
Ασκήσεις	242
4.4. Δ.Ε. ανωτέρας τάξεως στις οποίες λείπει η ανεξάρτητη μεταβλητή x ..	248
Ασκήσεις	249
4.5. Δ.Ε. ανωτέρας τάξεως ομογενείς ως προς y	253
Ασκήσεις	255
4.6. Δ.Ε. ανωτέρας τάξεως ομογενείς ως προς x	257
Ασκήσεις	259
4.7. Δ.Ε. ανωτέρας τάξεως ομογενείς ως προς x και y	261
Ασκήσεις	262
4.8. Τέλειες διαφορικές εξισώσεις ανωτέρας τάξεως	266
Ασκήσεις	267

Κεφάλαιο 5

Γραμμικές διαφορικές εξισώσεις Ανωτέρας τάξεως

5.1. Εισαγωγή (Θεωρήματα I, II, III, IV)	273
5.2. Γραμμική ανεξαρτησία συναρτήσεων	274
5.3. Προτάσεις ή θεωρήματα για τη λύση των γραμμικών Δ.Ε.	275

5.4. Ομογενείς γραμμικές Δ.Ε. με σταθερούς συντελεστές ανωτέρας τάξεως	284
Ασκήσεις	289
5.5. Μη ομογενείς γραμμικές διαφορικές εξισώσεις ανωτέρας τάξεως με σταθερούς συντελεστές [Με δεύτερο μέλος]	299
Ασκήσεις	302
5.6. Ειδικές μέθοδοι ευρέσεως της συμπληρωματικής λύσης	316
Ασκήσεις	323
5.7. Μιγαδική μέθοδος ευρέσεως της συμπληρωματικής λύσης γραμμικής Δ.Ε. με σταθερούς συντελεστές	331
Ασκήσεις	332
5.8. Μέθοδος τελεστού παραγωγίσεως $\frac{d}{dx} = D$	341
Παραδείγματα	347
5.9. Ταχείαι μέθοδοι ευρέσεως της συμπληρωματικής λύσης γραμμικής Δ.Ε. ανωτέρας τάξεως με σταθερούς συντελεστές	350
1 ^η , 2 ^η , 3 ^η , 4 ^η , 5 ^η περιπτώσεις	350
Ασκήσεις	355

Κεφάλαιο 6

Γραμμικές διαφορικές εξισώσεις ανωτέρας τάξεως με μεταβλητούς συντελεστές

6.1. Ορισμοί	381
6.2. Δ.Ε. Cauchy – Euler	382
Ασκήσεις	383
6.3. Γενική Δ.Ε. Euler ή Legendre	385
Ασκήσεις	386
6.4. Δ.Ε. δευτέρας τάξεως με μεταβλητούς συντελεστές	390
α ^η , β ^η , γ ^η Μέθοδος	391
Ασκήσεις	395
6.5. Ολοκλήρωση Δ.Ε. με τη σειρά Taylor ή Maclaurin	406
Ασκήσεις	407
6.6. Ολοκλήρωση Δ.Ε. με τη μέθοδο των προσδιοριστών συντελεστών	411
Ασκήσεις	412
6.7. Ολοκλήρωση Δ.Ε. με τη μέθοδο των διαδοχικών προσεγγίσεων	424
1. Μέθοδος Picard	424
Ασκήσεις	425
2. Μέθοδος της σειράς Taylor	427
Ασκήσεις	427
3. Μέθοδος της πρώτης παραγώγου	429
Ασκήσεις	429
4. Μέθοδος του Runge	431
Ασκήσεις	431

5. Μέθοδος Kutta – Simpson	433
6.8. Δ.Ε. Bessel	434
Ασκήσεις	437
6.9. Συνάρτηση $\Gamma(p)$	445
6.10. Συναρτήσεις Bessel	448
6.11. Διαφορική εξίσωση Legendre	453

Κεφάλαιο 7

Εφαρμογές των διαφορικών εξισώσεων ανωτέρας τάξεως

7.1. Γενικά	457
7.2. Εφαρμογές	457
7.3. Δοκοί	478

Κεφάλαιο 8

Συστήματα διαφορικών εξισώσεων

8.1. Γενικά	483
8.2. Λύση κανονικού διαφορικού συστήματος	485
Ασκήσεις	487
8.3. Συστήματα γραμμικών ομογενών Δ.Ε. με σταθερούς συντελεστές	501
I. Γενικά – ορισμοί	501
II. Λύση συστήματος δύο γραμμικών ομογενών Δ.Ε. με δύο αγνώστους ..	
α. Μέθοδος Τελεστών	502
Ασκήσεις	503
β. Μέθοδος Euler's	505
Ασκήσεις	511
γ. Μέθοδος απαλοιφής	519
Ασκήσεις	519
8.4. Συστήματα γραμμικών διαφορικών εξισώσεων με σταθερούς συντελε- στές	525
1. Γενικά	525
2. Μέθοδοι λύσης	526
3. Μέθοδος τελεστού	526
4. Μέθοδος απαλοιφής	531
Ασκήσεις	531

Κεφάλαιο 9

Διαφορικές εξισώσεις με μερικές παραγώγους

9.1. Ορισμοί	543
9.2. Περιπτώσεις απαλοιφής αυθαιρέτων σταθερών και συναρτήσεων	544
Ασκήσεις	549

9.3. Γραμμικές Δ.Ε. με μερικές παραγώγους πρώτης τάξεως	551
Ασκήσεις	555
9.4. Μη γραμμικές Δ.Ε. με μερικές παραγώγους πρώτης τάξεως	563
I. Μέθοδος Charpit	564
Παραδείγματα	565
II. Μέθοδος Jacobi	568
Παραδείγματα	570
9.5. Ειδικές μορφές Δ.Ε. με μερικές παραγώγους 1 ^{ης} τάξεως μη γραμμικές	
1 ^η Μορφή $f(p, q) = 0$	571
Παραδείγματα	572
2 ^η Μορφή $z = px + qy + f(p, q)$	573
Παραδείγματα	574
3 ^η Μορφή $f(z, p, q) = 0$	576
Παραδείγματα	577
4 ^η Μορφή $f_1(x, p) = f_2(y, q)$	579
Παραδείγματα	580
9.6. Δ.Ε. με μερικές παραγώγους 6 ^{ης} τάξεως και με σταθερούς συντελεστές	
Ορισμοί	582
Ειδική μορφή 1 ^η – Παραδείγματα	583
Ειδική μορφή 2 ^η – Ασκήσεις	586
Ειδική μορφή 3 ^η (Παραδείγματα)	590
Ειδική μορφή 4 ^η	592
Ασκήσεις	594
9.7. Ομογενείς Δ.Ε. με μερικές παραγώγους ανωτέρας τάξεως με σταθερούς συντελεστές	596
Ασκήσεις	597
9.8. Γραμμικές ομογενείς Δ.Ε. ανωτέρας τάξεως με μερικές παραγώγους με σταθερούς συντελεστές	598
Ασκήσεις	600
Βιβλιογραφία	607