

Περιεχόμενα

ΠΡΟΛΟΓΟΣ	i
1 Εξισώσεις πρώτης τάξης	1
1.1 Ορισμοί	1
1.2 Εξισώσεις χωριζόμενων μεταβλητών	3
1.3 Γραμμικές εξισώσεις	8
1.4 Περιοδικές εξισώσεις	12
1.5 Εξισώσεις Bernoulli και Riccati	21
1.5.1 Εξίσωση του Bernoulli	21
1.5.2 Εξίσωση του Riccati	22
1.6 Εξισώσεις ομογενείς και αναγόμενες σε ομογενείς	25
1.6.1 Ομογενείς εξισώσεις	26
1.6.2 Εξισώσεις που ανάγονται σε ομογενείς	29
1.7 Εξισώσεις δεύτερης τάξης	30
1.8 Ακριβείς εξισώσεις	40
1.9 Συστήματα	54
1.9.1 Το σύστημα Lotka–Volterra	54
1.9.2 Χαμιλτονιανά συστήματα	57
1.10 Οι νόμοι του Kepler	61
1.11 Ασκήσεις	68
2 Τα βασικά θεωρήματα	83
2.1 Η άλλη αντίληψη	83
2.2 Μέθοδοι Picard και Euler	84
2.2.1 Προσεγγίσεις Picard	85
2.2.2 Προσεγγίσεις Euler	87
2.2.3 Σύγκλιση προσεγγίσεων Picard - Θεώρημα τοπικής ύπαρξης Picard-Lindelöf	90
2.3 Ανισότητα του Gronwall	100
2.4 Συνεχής εξάρτηση	104
2.5 Το θεώρημα της πεπλεγμένης συνάρτησης	106
2.6 Ασκήσεις	113

3	Ποιοτική θεωρία	117
3.1	Πληθυσμιακά μοντέλα	117
3.1.1	Το μοντέλο του Malthus	117
3.1.2	Το μοντέλο Verhulst ή λογιστικό μοντέλο	118
3.1.3	Ποιοτική ανάλυση του λογιστικού μοντέλου	119
3.2	Διαγράμματα φάσης	121
3.3	Γραμμικοποίηση	126
3.4	Δυναμικά συστήματα	129
3.5	Το διανυσματικό πεδίο	132
3.6	Διακλαδώσεις	135
3.7	Ασκήσεις	150
4	Γραμμικές με Σταθερούς Συντελεστές	153
4.1	Εισαγωγή	153
4.2	Η ομογενής εξίσωση τάξης 2	154
4.2.1	Πρόβλημα αρχικών τιμών	155
4.2.2	Γενική λύση	159
4.3	Γραμμική ανεξαρτησία	161
4.4	Η μη ομογενής εξίσωση τάξης 2	166
4.5	Μέθοδος Lagrange	166
4.6	Η ομογενής εξίσωση τάξης n	169
4.6.1	Πρόβλημα αρχικών τιμών	172
4.6.2	Γενική λύση	176
4.6.3	Η εξίσωση του Euler	178
4.7	Η μη ομογενής εξίσωση τάξης n	182
4.8	Μέθοδος Απροσδιόριστων Συντελεστών	186
4.9	Μηχανικές Ταλαντώσεις	195
4.9.1	Ελεύθερη αρμονική ταλάντωση χωρίς τριβή	196
4.9.2	Ελεύθερη αρμονική ταλάντωση με τριβή	197
4.9.3	Εξαναγκασμένη αρμονική ταλάντωση	199
4.10	Ασκήσεις	201
5	Μέθοδος δυναμοσειρών	207
5.1	Δυναμοσειρές	207
5.2	Ομαλά σημεία	209
5.3	Εξίσωση Legendre	216
5.4	Κανονικό ιδιάζον σημείο	220
5.5	Εξίσωση Bessel	237
5.6	Ασκήσεις	242
6	Γραμμικά συστήματα	251
6.1	Ορισμοί, Ύπαρξη–Μονοσήμαντο	251
6.2	Ομογενείς γραμμικές εξισώσεις	259
6.3	Ο τύπος της μεταβολής των παραμέτρων	271
6.3.1	Η γενική περίπτωση	271

6.3.2	Η εκθετική συνάρτηση e^{At}	273
6.3.3	Το συζυγές πρόβλημα, εφαρμογές στα περιοδικά συστήματα . . .	277
6.4	Συναρτήσεις Green	282
6.5	Γραμμικές εξισώσεις τάξης n	286
6.5.1	Υποβιβασμός τάξης	291
6.6	Σταθεροί συντελεστές I: Πίνακες διαγωνοποιήσιμοι	294
6.7	Σταθεροί συντελεστές II: Πίνακες μη απλής δομής	313
6.7.1	Γενικός τρόπος λύσης ομογενούς συστήματος	325
6.8	Περιοδικά γραμμικά συστήματα	333
6.9	Ασκήσεις	346
7	Γραμμικά συστήματα διαφορών	359
7.1	Γραμμικά συστήματα	359
7.2	Γραμμική εξίσωση διαφορών τάξης n	371
7.3	Διακριτοποίηση	372
7.4	Ευστάθεια διακριτοποιημένου συστήματος	374
7.5	Μη αυτόνομα συστήματα διακριτού χρόνου	375
7.6	Ασκήσεις	383
8	Μετασχηματισμός Laplace	385
8.1	Ολοκληρωτικοί μετασχηματισμοί	385
8.2	Παρατηρήσεις στο Μετασχηματισμό Laplace	390
8.3	Ιδιότητες του Μετασχηματισμού Laplace	394
8.4	Ασυνεχείς Συναρτήσεις	407
8.5	Συναρτήσεις Όθησης και Δέλτα.	416
8.6	Συνελίξεις	421
8.7	Ποιοτική θεωρία του μετασχηματισμού Laplace	426
8.8	Λύση συστημάτων με μετασχηματισμό Laplace	431
8.9	Ασκήσεις	434
9	Αρχή Μεγίστου και Θεωρία Sturm	437
9.1	Η αρχή του μεγίστου	438
9.2	Θεωρήματα Sturm	440
9.3	Ο μετασχηματισμός του Prüffer	448
9.4	Πρόβλημα ιδιοτιμών Sturm–Liouville	453
9.5	Ασκήσεις	465
10	Το Επίπεδο Φάσης	471
10.1	Αυτόνομα Γραμμικά Συστήματα	471
10.1.1	Το επίπεδο φάσης. Ταξινόμηση σημείων ισορροπίας	471
10.1.2	Περίπτωση 1. Πραγματικές διακεκριμένες ιδιοτιμές	472
10.1.3	Περίπτωση 2. Μιγαδικές ιδιοτιμές	477
10.1.4	Περίπτωση 3. Ίσες ιδιοτιμές (Νόθος κόμβος)	483
10.1.5	Περίπτωση 4. Μηδενική ιδιοτιμή	488
10.1.6	Περίπτωση 4. Ευστάθεια μέσω ιδιοτιμών	493

10.2	Καμπύλες στάθμης – Η εξίσωση του Νεύτωνα	496
10.2.1	Το Μηχανικό ανάλογο του σφαιριδίου	498
10.2.2	Η Αυστηρή αιτιολόγηση – Το Λήμμα του Morse	501
10.2.3	Μη κρίσιμες καμπύλες στάθμης – Περιοδικές τροχιές	506
10.2.4	Κρίσιμες Καμπύλες Στάθμης – Ομοκλινείς και Ετεροκλινείς Τροχιές	512
10.3	Γενικά συστήματα στο επίπεδο	517
10.4	Θεωρήματα ύπαρξης – μονοσήμαντου	521
10.5	Η αρχή της γραμμικοποίησης	526
10.6	Συστήματα κλίσης	538
10.7	Συστήματα κλίσης και Χαμιλτονιανά	543
10.8	Η δεύτερη μέθοδος του Lyapounov	545
10.9	Τοπολογικά Δυναμικά Συστήματα	560
10.10	Το Θεώρημα των Poincaré και Bendixson	567
10.11	Ευσταθείς – ασταθείς πολλαπλότητες	573
10.12	Ασκήσεις	589
A	Γραμ. Εξισ. Διαφορών: Θεωρία και Εφαρμογές	601
A.1	Εξισώσεις Διαφορών	601
A.1.1	Ορισμοί	601
A.1.2	Παραγωγή εξισώσεων διαφορών	602
A.1.3	Θεώρημα ύπαρξης και μονοσήμαντου λύσης	603
A.1.4	Οι τελεστές Δ και E	604
A.1.5	Ο τελεστής Δ^{-1}	610
A.2	Γραμμικές εξισώσεις διαφορών	612
A.2.1	Ορισμοί και βασικές προτάσεις	612
A.2.2	Γραμμική ανεξαρτησία - Ορίζουσα Casorati - Θεμελιώδες σύστημα λύσεων	613
A.2.3	Γενική λύση ομογενούς γραμμικής εξίσωσης διαφορών με σταθερούς συντελεστές	618
A.2.4	Μέθοδος των απροσδιόριστων συντελεστών	629
A.3	Ευστάθεια εξισώσεων διαφορών - Εφαρμογές	636
A.3.1	Ευστάθεια εξισώσεων διαφορών δεύτερης τάξης με σταθερούς συντελεστές	636
A.3.2	Μοντέλο Εθνικής Οικονομίας	640
A.3.3	Μοντέλο διαπραγματεύσεων μεταξύ εργαζομένων και εργοδοσίας	645
	Βιβλιογραφία	649
	Ευρετήριο	653