

Περιεχόμενα

Πρόλογος	v
Κατάλογος σχημάτων	xvii
1 ΜΔΕ πρώτης τάξης	23
1.1 Γενικότητες	23
1.2 Εισαγωγή	26
1.2.1 Γεωμετρικές θεωρήσεις στο πρόβλημα της επίλυσης	28
1.3 Γραμμικές εξισώσεις	35
1.3.1 Πρώτος τρόπος: Με αλλαγή συντεταγμένων	36
1.3.2 Δεύτερος τρόπος: Με χαρακτηριστικές	41
1.4 Μη γραμμικές εξισώσεις	46
1.5 Προέλευση των ΜΔΕ: Νόμοι διατήρησης	50
1.6 Συνέπειες της μη γραμμικότητας — Κρουστικά κύματα	52
1.6.1 Υπολογισμός του χρόνου θραύσης	57
1.7 Μελέτη της θραύσης — Περιβάλλουσα και αιχμή	58
1.7.1 Περιβάλλουσα	58
1.7.2 Αιχμή	63
1.8 Ασθενείς λύσεις — Συνθήκες Rankine–Hugoniot	67
1.8.1 Ασθενής λύση	67
1.8.2 Συνθήκη Rankine–Hugoniot	74
1.8.3 Εναλλακτικός τρόπος εισαγωγής της συνθήκης Rankine–Hugoniot — Η μέθοδος της διατήρησης της ενέργειας	85
1.8.4 Η μέθοδος του ιξώδους — Επιλογή μοναδικής γενικευμένης λύσης	86
Ασκήσεις	91

2	Η κυματική εξίσωση	111
2.1	Ταξινόμηση ΜΔΕ δεύτερης τάξης	111
2.1.1	Χαρακτηριστικές κατευθύνσεις και χαρακτηριστικές καμπύλες	116
	Ασκήσεις	121
2.2	Η εξίσωση της μεταφοράς	123
2.2.1	Η ομογενής εξίσωση	124
2.2.2	Η μη ομογενής εξίσωση	128
	Ασκήσεις	132
2.3	Φυσική προέλευση της κυματικής εξίσωσης	135
2.4	Η κυματική εξίσωση στην πραγματική ευθεία	137
2.4.1	Το πρόβλημα αρχικών τιμών	142
2.4.2	Εξάρτηση και επιρροή	148
2.4.3	Μέθοδος της ενέργειας	151
2.5	Ανάκλαση κυμάτων	155
2.6	Το πρόβλημα σε ένα πεπερασμένο διάστημα	158
2.7	Η μη ομογενής κυματική εξίσωση	162
2.7.1	Η μη ομογενής κυματική εξίσωση στην ημιευθεία	175
2.7.2	Η μη ομογενής κυματική εξίσωση σε ένα φραγμένο διάστημα	177
	Ασκήσεις	179
3	Σειρές Fourier	191
3.1	Βασική θεωρία	192
3.1.1	Χώροι εσωτερικού γινομένου	192
3.1.2	Σειρές του Fourier	202
3.1.3	Σύγκλιση	213
3.1.4	Η κλειστότητα του Τριγωνομετρικού Συστήματος	227
3.1.5	Τυχούσα περίοδος	233
	Ασκήσεις	234
3.2	Συνοριακές συνθήκες Dirichlet	240
3.2.1	Η εξίσωση της διάχυσης-θερμότητας	241
3.2.2	Η κυματική εξίσωση	245
3.3	Συνοριακές συνθήκες Neumann	251
3.4	Μη ομογενείς εξισώσεις	254
3.5	Εφαρμογές σειρών Fourier εκτός ΜΔΕ	257
3.5.1	Μιγαδική μορφή σειρών Fourier	257

3.5.2	Ολοκλήρωση σειρών Fourier	259
3.5.3	Η Ισοπεριμετρική Ανισότητα	261
3.5.4	Μιγαδική Ανάλυση	265
3.5.5	Εργοδική Θεωρία	268
	Ασκήσεις	279
4	Η εξίσωση της διάχυσης–θερμότητας σε μη φραγμένα χωρία	285
4.1	Περιοδικές συνοριακές συνθήκες	286
4.2	Μετασχηματισμός Fourier	287
4.3	Η εκθετική μορφή του μετασχηματισμού Fourier	289
4.4	Η λύση της εξίσωσης της θερμότητας στην πραγματική ευθεία	293
4.5	Αυστηρή επαλήθευση της αναπαράστασης	298
4.6	Η περίπτωση της ημιευθείας	306
4.7	Η μη ομογενής εξίσωση της θερμότητας	311
	Ασκήσεις	321
5	Η αρχή του μεγίστου	329
5.1	Η εξίσωση του Laplace	332
	Ασκήσεις	337
5.2	Η εξίσωση της διάχυσης–θερμότητας	349
5.2.1	Η περίπτωση ενός φραγμένου διαστήματος	350
5.2.2	Η περίπτωση της πραγματικής ευθείας	357
	Ασκήσεις	364
6	Η εξίσωση του Laplace	375
6.1	Το πρόβλημα συνοριακών τιμών σε ένα ορθογώνιο	375
6.2	Ο τύπος του Poisson	379
6.3	Συσχέτιση με τη Μιγαδική Ανάλυση	386
6.3.1	Ο τύπος του Poisson, η ιδιότητα της μέσης τιμής και σύμμορφες απεικονίσεις	387
6.3.2	Αρμονικότητα και αναλυτικότητα συναρτήσεων	393
	Ασκήσεις	397
7	Ταυτότητες του Green — Συνάρτηση Green — Εφαρμογές	403
7.1	Οι ταυτότητες του Green	403
7.2	Εφαρμογές των ταυτοτήτων του Green	411
7.2.1	Τύπος του Poisson	417
	Ασκήσεις	418

Βιβλιογραφία	425
Λεξικό βασικών όρων	429
Ευρετήριο όρων	437
Ευρετήριο ονομάτων	443