

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΜΕΡΟΣ Α΄

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

1.1 Ορισμοί	19
-------------------	----

A. Άμεσες μέθοδοι

1.2 Μέθοδοι Gauss	21
1.3 Αντιστροφή ενός πίνακα με τη μέθοδο Gauss	31
1.4 Ευστάθεια συστήματος	36
1.5 Νόρμες διανυσμάτων και πινάκων	36
1.6 Δείκτης κατάστασης	38
1.7 Παραγοντοποίηση LU	42
1.8 Παραγοντοποίηση LDU	46
1.9 Μέθοδος Choleski	48
1.10 Πίνακες ζώνης	54

B. Επαναληπτικές μέθοδοι

1.11 Γενική επαναληπτική μέθοδος	57
1.12 Μέθοδος Jacobi	58
1.13 Μέθοδος Gauss - Seidel	65
1.14 Γραμμικά μιγαδικά συστήματα	68
1.15 Υπολογισμός Ιδιότιμων και Ιδιοδιανυσμάτων	69

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

2.1 Γενικά	79
2.2 Αριθμητική προσεγγιστική μέθοδος υπολογισμού ρίζας	81
2.3 Μέθοδος Newton - Raphson	86
2.4 Μέθοδος Τεμνούσας	93
2.5 Μέθοδος εσφαλμένης θέσης	98
2.6 Μέθοδος Διχοτόμου (Bolzano)	104
2.7 Πολυωνυμικές εξισώσεις	111
2.7.1 Υπολογισμός τιμής Πολυωνύμου	111
2.7.2 Υπολογισμός των τιμών των παραγώγων πολυωνύμου σε γνωστό σημείο	114
2.7.3 Επίλυση πολυωνυμικής εξίσωσης	119

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Παρεμβολή και προσέγγιση

3.1 Γενικά	133
3.2 Πολυώνυμο παρεμβολής του Lagrange	134
3.3 Πολυώνυμο Παρεμβολής του Newton	146
3.4 Προσέγγιση	158
3.4.1 Γενικά	158
3.4.2 Γραμμική προσέγγιση	159
3.4.3 Εκθετική προσέγγιση	165
3.4.4 Πολυωνυμική προσέγγιση	170

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ

4.1 Εισαγωγή	177
--------------------	-----

4.2 Κανόνας του ορθογωνίου	178
4.3 Κανόνας του τραπεζίου	182
4.4 Κανόνας του Simpson	185
4.5 Γενικός τύπος ολοκλήρωσης με πολυωνυμική προσέγγιση	188
4.6 Απλοί και σύνθετοι τύποι αριθμητικής ολοκλήρωσης	191
4.7 Ολοκλήρωση κατά Causs	193

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

5.1 Εισαγωγή	203
5.2 Μέθοδος του Euler	205
5.3 Μέθοδος της σειράς Taylor	209
5.4 Μέθοδος των Runge-Kutta	212
5.5 Μέθοδοι πρόβλεψης- διόρθωσης	218
5.6 Μέθοδος Πεπερασμένων διαφορών	222

ΜΕΡΟΣ Β΄

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΣΕΙΡΕΣ FOURIER

1.1 Εισαγωγή.....	233
1.2 Ορισμός και θεωρήματα περιοδικών συναρτήσεων	234
1.3 Ιδιότητες περιοδικών συναρτήσεων	235
1.4 Ορισμοί και θεωρήματα άρτιων - περιττών συναρτήσεων	237
1.5 Αρμονικές συναρτήσεις	237
1.6 Περιοδική επέκταση συνάρτησης	240
1.7 Τριγωνομετρική σειρά Fourier	241
1.8 Σειρά Fourier άρτιας - περιττής συνάρτησης.....	246

1.9 Σειρά Fourier συνάρτησης περιόδου 2π	248
1.10 Σειρά Fourier συνάρτησης άρτιας - περιττής περιόδου 2π	248
1.11 Αναγωγή διαστήματος $[\alpha, \beta]$ στο $[-\pi, \pi]$	250
1.12 Αλλαγή περιόδου τ σε περίοδο 2π	252
1.13 Σειρές Fourier συνημιτόνων - ημιτόνων.....	252
1.14 Παραγωγή - ολοκλήρωση των σειρών Fourier.....	256
1.15 Ισότητα του Parseval	259
1.16 Φάσμα συχνοτήτων	264
1.17 Γραφική μέθοδος αρμονικής ανάλυσης.....	267
1.18 Μιγαδική - εκθετική μορφή σειράς Fourier	271
1.19 Ολοκλήρωμα του Fourier	275
1.20 Λυμένες ασκήσεις στο 1ο κεφάλαιο.....	282
1.21 Ασκήσεις στο 1ο κεφάλαιο	296

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ

2.1 Εισαγωγή.....	303
-------------------	-----

I. ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ LAPLACE

2.2 Γενικά	304
2.3 Υπαρξη μετασχηματισμού Laplace	305
2.4 Μετασχηματισμός Laplace βασικών συναρτήσεων.....	306
2.5 Ιδιότητες μετασχηματισμού Laplace.....	309
2.6 Αντίστροφος μετασχηματισμός Laplace	318
2.7 Εφαρμογή του μετασχηματισμού Laplace στη λύση διαφορικών εξισώσεων και συστημάτων με σταθερούς συντελεστές	323
2.8 Εφαρμογή του μετασχηματισμού Laplace στα ηλεκτρικά κυκλώματα	329
2.9 Εφαρμογή του μετασχηματισμού Laplace στα συστήματα μεταφοράς.....	335
2.10 Θεώρημα της συνέλιξης για τους μετασχηματισμούς Laplace.....	346

2.11	Λυμένες ασκήσεις στο μετασχηματισμό Laplace	349
2.12	Ασκήσεις στο μετασχηματισμό Laplace.....	367

II. ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ FOURIER

2.13	Γενικά	375
2.14	Μετασχηματισμός Fourier βασικών συναρτήσεων.....	378
2.15	Ιδιότητες μετασχηματισμού Fourier	381
2.16	Λυμένα παραδείγματα στο μετασχηματισμό Fourier	385
2.17	Θεώρημα Parseval.....	389
2.18	Δίκτυα διεγειρόμενα με ολοκλήρωμα Fourier.....	391
2.19	Ασκήσεις στο μετασχηματισμό Fourier.....	394

III. ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ $\mathcal{Z}$ (Ζήτα)

2.20	Γενικά	397
2.21	Μετασχηματισμός $\mathcal{Z}$ ακολουθίας	399
2.22	Μετασχηματισμός $\mathcal{Z}$ ακολουθίας τιμών συνάρτησης.....	401
2.23	Ιδιότητες μετασχηματισμού $\mathcal{Z}$	403
2.24	Αντίστροφος μετασχηματισμός $\mathcal{Z}$	407
2.25	Παραδείγματα στο μετασχηματισμό $\mathcal{Z}$ και στον αντίστροφο του $\mathcal{Z}^{-1}$	410
2.26	Εξισώσεις διαφορών.....	413
2.27	Εφαρμογή του μετασχηματισμού $\mathcal{Z}$ στα γραμμικά και χρονικά αμετάβλητα διάκριτα συστήματα	417
2.28	Σχέση μεταξύ του μετασχηματισμού Laplace και του μετασχηματισμού Ζήτα.....	424
2.29	Ασκήσεις στο μετασχηματισμό Ζήτα.....	425
	Πίνακας I βασικών ιδιοτήτων του μετασχηματισμού Laplace	428
	Πίνακας II βασικών και μη αρχικών συναρτήσεων και μετασχηματισμών κατά Laplace.....	429
	Πίνακας III βασικών ιδιοτήτων μετασχηματισμού Fourier.....	432
	Πίνακας IV αρχικών συναρτήσεων και μετασχηματισμών κατά Fourier	433
	Πίνακας V βασικών ιδιοτήτων μετασχηματισμού $\mathcal{Z}$ (Ζήτα)	343

Πίνακας VI αρχικών συναρτήσεων και μετασχηματισμών κατά Ζήτα.....	435
--	-----

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

I. ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΜΙΑΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ

3.1 Γενικά	437
3.2 Ορισμός διανυσματικής συνάρτησης μιας μεταβλητής, ορίου, συνέχειας, παραγώγισης και διαφορίσης.....	438

II. ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΠΟΛΛΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ

3.3 Ορισμός διανυσματικής συνάρτησης δύο ή περισσότερων μεταβλητών ορίου, συνέχειας, παραγώγισης και διαφορίσης.....	445
3.4 Κατευθυνόμενη παράγωγος βαθμωτής συνάρτησης	451

III. ΤΕΛΕΣΤΗΣ HAMILTON Ή ΑΝΑΔΕΛΤΑ ΚΑΙ Ο ΤΕΛΕΣΤΗΣ LAPLACE

3.5 Ορισμός και ιδιότητες τελεστών Hamilton και Laplace	455
---	-----

IV. ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΔΙΑΦΟΡΙΚΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ ΚΑΜΠΥΛΩΝ ΚΑΙ ΕΠΙΦΑΝΕΙΩΝ

3.6 Εφαπτομένη καμπύλης	461
3.7 Κάθετο επίπεδο καμπύλης.....	463
3.8 Εγγύτατο επίπεδο καμπύλης	464
3.9 Τρίεδρο του Frenet	465
3.10 Καμπυλότητα - στρέψη καμπύλης	467
3.11 Τύποι του Frenet	471
3.12 Παραμετρικά δίκτυα επιφάνειας	471
3.13 Εφαπτόμενο επίπεδο επιφάνειας	472
3.14 Η κάθετη στην επιφάνεια.....	475
3.15 Συμπληρώσεις.....	476
3.16 Λυμένες ασκήσεις στο 3ο κεφάλαιο.....	478
3.17 Ασκήσεις στο 3ο κεφάλαιο	487

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

I. ΚΑΜΠΥΛΟΓΡΑΜΜΕΣ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ

4.1 Γενικά	493
4.2 Μεγέθη σε ορθογώνιες καμπυλόγραμμες συντεταγμένες	495
4.3 Ειδικές περιπτώσεις ορθογωνίων καμπυλόγραμμων συντεταγμένων.....	497
4.4 Ασκήσεις στις καμπυλόγραμμες συντεταγμένες	512

II. ΠΕΔΙΑ

4.5 Γενικά	513
4.6 Βαθμωτά και διανυσματικά πεδία.....	513
4.7 Παράγωγο διανυσματικό πεδίο	518
4.8 Κλίση (gradient) βαθμωτού πεδίου	523
4.9 Απόκλιση (divergence) διανυσματικού πεδίου.....	526
4.10 Περιστροφή (rotation) ή στροβιλισμός (curl) διανυσματικού πεδίου	529
4.11 Λυμένες ασκήσεις στα πεδία	535
4.12 Ασκήσεις στο 4ο κεφάλαιο	540

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

I. ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΩΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ ΜΙΑΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ

5.1 Αόριστο ολοκλήρωμα διανυσματικής συνάρτησης μιας μεταβλητής	545
5.2 Ορισμένο ολοκλήρωμα διανυσματικής συνάρτησης μιας μεταβλητής	546
5.3 Είδη καμπύλων - τόπων	548

II. ΕΠΙΚΑΜΠΥΛΙΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ

5.4 Επικαμπύλιο ολοκλήρωμα βαθμωτής συνάρτησης ή	
--	--

επικαμπύλιο ολοκλήρωμα 1ου είδους.....	551
5.5 Εφαρμογές του επικαμπύλιου ολοκληρώματος 1ου είδους στη Φυσική	555
5.6 Επικαμπύλιο ολοκλήρωμα διανυσματικής συνάρτησης ή επικαμπύλιο ολοκλήρωμα 2ου είδους.....	559
5.7 Εφαρμογές επικαμπύλιου ολοκληρώματος 2ου είδους.....	564
5.8 Τύπος του Green.....	567
5.9 Συνθήκες ανεξαρτησίας του επικαμπύλιου ολοκληρώματος 2ου είδους από την καμπύλη ολοκλήρωσης και άλλα βασικά θεωρήματα.....	570
5.10 Εφαρμογές και ασκήσεις στα επικαμπύλια ολοκληρώματα	576

III. ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ

5.11 Επιφανειακό ολοκλήρωμα βαθμωτής συνάρτησης ή επιφανειακό ολοκλήρωμα 1ου είδους	584
5.12 Εφαρμογή του επιφανειακού ολοκληρώματος στη Φυσική	592
5.13 Επιφανειακό ολοκλήρωμα 2ου είδους	597
5.14 Υπολογισμός του όγκου στερεού με επιφανειακό ολοκλήρωμα	602
5.15 Τύπος του Gauss - Ostrogradsky	605
5.16 Τύπος του Stokes.....	611
5.17 Λυμένες ασκήσεις στο 5ο κεφάλαιο.....	616
5.18 Ασκήσεις στο 5ο κεφάλαιο	624

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

I. ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΓΑΜΜΑ

6.1 Γενικά	635
6.2 Άλλες μορφές και ιδιότητες της συνάρτησης γάμμα	638
6.3 Γραφική παράσταση της συνάρτησης γάμμα	644

II. ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΒΗΤΑ

6.4 Γενικά	645
------------------	-----

6.5	Λυμένες ασκήσεις στις συναρτήσεις βήτα και γάμμα	647
6.6	Η διαφορική εξίσωση Bessel	653
6.7	Σειρές Jacobi	665
6.8	Ασκήσεις στο 6ο κεφάλαιο	669
	Βιβλιογραφία	673
	Ευρετήριο εννοιών	677